

769F

769

F

نام
نام خانوادگی
محل امضاء

عصر جمعه
۹۰/۱۰/۲۳



جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.
امام خمینی (ره)

آزمون دانش‌پذیری دوره‌های فراگیر «کارشناسی ارشد» دانشگاه پیام نور

رشته‌ی مهندسی مکانیک – طراحی کاربردی (کد ۹۲)

مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۶۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

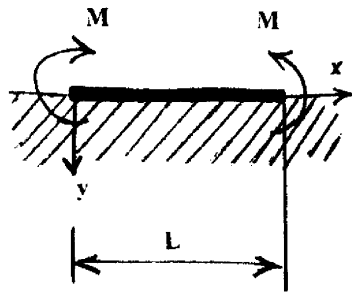
ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مقاومت مصالح پیشرفته	۲۰	۱	۲۰
۲	مکانیک محیط پیوسته	۲۰	۲۱	۴۰
۳	ریاضیات پیشرفته (۱)	۲۵	۴۱	۶۵

دی ماه سال ۱۳۹۰

استفاده از ماشین حساب مجاز نمی‌باشد.

۱- تیر منشوری نشان داده شده در سرتاسر طول خود بر روی تکیه‌گاه ارتجاعی یکسره قرار دارد. تغییر مکان دو انتهای تیر کدام

است؟ $(\frac{dy}{dx} = -\beta^2 y, \beta = \sqrt{\frac{k}{EI_z}}, \beta L = B)$



(1) $\frac{\beta^2 M}{k} \cdot \frac{\cos B - \cosh B}{\cos B + \cosh B}$

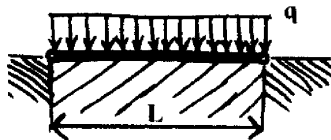
(2) $\frac{\beta^2 M}{k} \cdot \frac{\cosh B - \cos B}{\cosh B + \cos B}$

(3) $\frac{\beta^2 M}{k} \cdot \frac{\sin B - \sinh B}{\sin B + \sinh B}$

(4) $\frac{\beta^2 M}{k} \cdot \frac{\sinh B - \sin B}{\sinh B + \sin B}$

۲- تیر منشوری دو سر مفصل زیر در سرتاسر طول خود بر روی تکیه‌گاه ارتجاعی یکسره قرار دارد. لنگر خمشی وسط تیر تحت

بار گسترده یکنواخت q چقدر است؟ $(\beta^2 = \frac{k}{EI_z})$



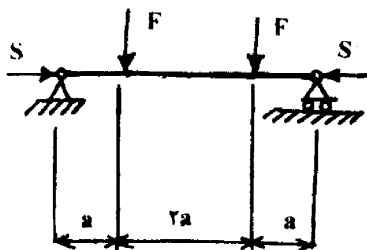
(1) $\frac{q}{\beta^2} \cdot \frac{\sinh \frac{\beta L}{2} \cdot \sin \frac{\beta L}{2}}{\cosh \beta L + \cos \beta L}$

(2) $\frac{q}{\beta^2} \cdot \frac{\cosh \frac{\beta L}{2} \cdot \cos \frac{\beta L}{2}}{\sinh \beta L + \sin \beta L}$

(3) $\frac{q}{\beta^2} \cdot \frac{\sinh \frac{\beta L}{2} - \sin \frac{\beta L}{2}}{\cosh \beta L + \cos \beta L}$

(4) $\frac{q}{\beta^2} \cdot \frac{\cosh \frac{\beta L}{2} - \cos \frac{\beta L}{2}}{\sinh \beta L + \sin \beta L}$

۳- شیب دو انتهای عضو فشاری نشان داده شده را که تحت دو بار جانبی F قرار دارد، چقدر است؟ $(p = \sqrt{\frac{S}{EI}}, F = \gamma S)$



(1) $\frac{1}{\gamma} \left(\frac{\cos pa}{\cos \gamma pa} - 1 \right)$

(2) $\frac{1}{\gamma} \left(\frac{\cos \gamma pa}{\cos pa} - 1 \right)$

(3) $\gamma \left(\frac{\cos pa}{\cos \gamma pa} - 1 \right)$

(4) $\gamma \left(\frac{\cos \gamma pa}{\cos pa} - 1 \right)$

۴- عضو فشاری همگن نشان داده شده تحت نیروهای فشاری S و جانبی F قرار دارد. خمش تیر چگونه اتفاق می‌افتد؟

(1) همواره خمش در صفحه S و F اتفاق می‌افتد.

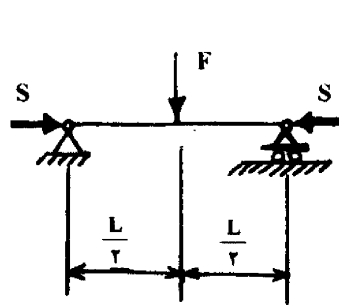
(2) همواره خمش در صفحه S و F اتفاق نمی‌افتد.

(3) اگر صفحه S و F صفحه تقارن تیر باشد، خمش در این صفحه اتفاق می‌افتد.

(4) اگر صفحه S و F صفحه تقارن تیر نباشد، خمش در این صفحه اتفاق می‌افتد.



۵- حداکثر اندازه لنگر خمشی در عضو فشاری تحت بار جانبی که در شکل زیر نشان داده شده چند برابر FL است؟



$$(p = \sqrt{\frac{S}{EI}} \text{ و } u = \frac{1}{2}pL)$$

$$\frac{\tan u}{u} \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{2} \tan u}{u} \quad (2)$$

$$\frac{\tan u}{\sqrt{2}u} \quad (3)$$

$$\frac{\tan u}{4u} \quad (4)$$

۶- حداکثر تغییر مکان در یک میل مهار که بار جانبی متمرکز F بر وسط آن وارد می‌گردد، چند برابر $\frac{FL^3}{EI}$ است؟

$$(u = \frac{1}{2}pL \text{ و } p = \sqrt{\frac{S}{EI}}, L = \text{طول تیر}, S = \text{نیروی محوری فشاری})$$

$$\frac{u - \tanh u}{16u^3} \quad (2)$$

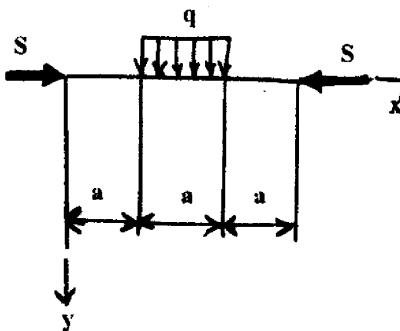
$$\frac{u - \tan u}{16u^3} \quad (1)$$

$$\frac{u + \tanh u}{48u^3} \quad (4)$$

$$\frac{u - \tanh u}{48u^3} \quad (3)$$

۷- یک عضو فشاری با تکیه‌گاه‌های ساده تحت اثر بار جانبی گسترده q مطابق شکل است. معادله منحنی تغییر شکل آن کدام

$$(\alpha = \frac{SL^2}{EI\pi^2} \text{ و } L = \pi a) \quad \text{است؟}$$



$$v(x) = \frac{\sqrt{2}qL^4}{EI\pi^6} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3(n^2-\alpha)} \cos \frac{n\pi}{\sqrt{2}} \sin \frac{n\pi x}{L} \quad (1)$$

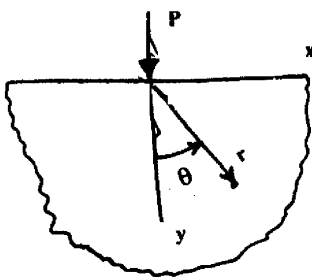
$$y(x) = \frac{\sqrt{2}qL^4}{EI\pi^6} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3(n^2+\alpha)} \cos \frac{\sqrt{2}n\pi}{\sqrt{2}} \sin \frac{n\pi x}{L} \quad (2)$$

$$y(x) = \frac{\sqrt{2}qL^4}{EI\pi^6} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3(n^2+\alpha)} (\cos \frac{n\pi}{\sqrt{2}} + \cos \frac{\sqrt{2}n\pi}{\sqrt{2}}) \sin \frac{n\pi x}{L} \quad (3)$$

$$y(x) = \frac{\sqrt{2}qL^4}{EI\pi^6} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3(n^2-\alpha)} (\cos \frac{n\pi}{\sqrt{2}} - \cos \frac{\sqrt{2}n\pi}{\sqrt{2}}) \sin \frac{n\pi x}{L} \quad (4)$$

۸- به منظور بررسی تنش‌های موضعی در خمش تیرها، توزیع تنش دقیق در یک صفحه بینهایت بزرگ تحت تأثیر نیروی متمرکز P مورد استفاده قرار می‌گیرد. با توجه به شکل کدام گزینه این توزیع تنش را نشان می‌دهد؟ (b ضخامت صفحه بوده و P در

وسط صفحه اعمال شود.)



$$\sigma_r = \frac{-\sqrt{2}P \cos \theta}{\pi b r}, \sigma_\theta = 0, \tau_{r\theta} = 0 \quad (1)$$

$$\sigma_\theta = \frac{-\sqrt{2}P \cos \theta}{\pi b r}, \sigma_r = 0, \tau_{r\theta} = 0 \quad (2)$$

$$\sigma_r = \frac{-\sqrt{2}P \sin \theta}{\pi b r}, \sigma_\theta = 0, \tau_{r\theta} = 0 \quad (3)$$

$$\tau_{r\theta} = \frac{-\sqrt{2}P \sin \theta}{\pi b r}, \sigma_r = 0, \sigma_\theta = 0 \quad (4)$$

۹- یک مخزن جدار نازک کرووی با شعاع 500t تحت فشار داخلی یکنواخت p قرار دارد. در صورتی که ضخامت جداره یکنواخت و برابر t باشد، تنش کششی در مخزن چقدر است؟

- (۱) ۲۵۰p
(۲) ۵۰۰p
(۳) ۱۰۰۰p
(۴) ۱۲۵۰p

۱۰- یک گنبد کرووی به ضخامت ثابت h تحت تأثیر وزن خود قرار دارد. وزن واحد سطح گنبد q و شعاع آن R است. تنش‌های نصف‌النهاری و حلقوی در زاویه $\phi = 60^\circ$ به ترتیب چند برابر $\frac{qR}{h}$ می‌باشند؟



- (۱) نصف‌النهاری: $-\frac{2}{3}$ ، حلقوی: $\frac{7}{6}$
(۲) نصف‌النهاری: $-\frac{2}{3}$ ، حلقوی: $\frac{1}{6}$
(۳) نصف‌النهاری: $-\frac{1}{6}$ ، حلقوی: $\frac{3}{2}$
(۴) نصف‌النهاری: $-\frac{7}{6}$ ، حلقوی: $\frac{1}{6}$

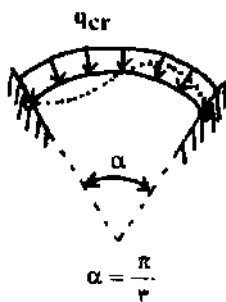
۱۱- یک مخزن استوانه‌ای بلند جدار ضخیم با شعاع داخلی R و شعاع خارجی 2R تحت اثر فشار داخلی صرف قرار دارد؛ یعنی، $p_i = P$ و $p_o = 0$. حداکثر مقدار تنش σ_t چند برابر P است؟

- (۱) $\frac{2}{5}$
(۲) $\frac{5}{2}$
(۳) $\frac{5}{3}$
(۴) $\frac{3}{5}$

۱۲- اگر نیروی فشاری بحرانی در یک میله همگن با دو انتهای مفصلی برابر مقدار باشد که در آن EI صلبیت خمشی است، آنگاه در اثر بار جانبی جزئی امکان ایجاد تغییر شکل جانبی وجود دارد.

- (۱) $\frac{\pi^2 EI}{L^2}$ ، بزرگ‌ترین
(۲) $\frac{\pi^2 EI}{L^2}$ ، کوچک‌ترین
(۳) $\frac{\pi^2 EI}{4L^2}$ ، کوچک‌ترین
(۴) $\frac{\pi^2 EI}{4L^2}$ ، بزرگ‌ترین

۱۳- اگر قوس مدوری با دو سر مفصلی تحت اثر فشار یکنواخت بحرانی Q_{cr} قرار گیرد، می‌تواند به صورت خط‌چین نشان داده شده کماتش کند. مقدار Q_{cr} چند برابر $\frac{EI}{R^3}$ است؟ (شعاع قوس R و صلبیت خمشی آن EI است.)



- (۱) ۱۱
(۲) ۱۳
(۳) ۲۵
(۴) ۳۶

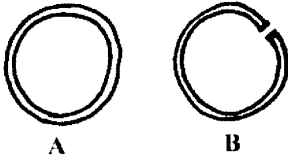
۱۴- یک میله با مقطع مثلث متساوی‌الاضلاع تحت گشتاور پیچشی M_t قرار دارد. تنش برشی حداکثر در مقطع مثلث شکل فوق‌الذکر ایجاد شده و مقدار آن برابر است.



- (۱) $\frac{20M}{a^3}$ ، رئوس
(۲) $\frac{20M}{a^3}$ ، وسط اضلاع
(۳) $\frac{16M}{\pi a^3}$ ، وسط اضلاع
(۴) $\frac{16M}{\pi a^3}$ ، رئوس

۱۵- دو لوله بسیار نازک به ضخامت h که دارای سطوح مقطع یکسان می‌باشند تحت گشتاور پیچشی M قرار دارند. قطر داخلی آنها d_i و قطر خارجی آنها d_o می‌باشد. لوله A بدون درز و لوله B شکافدار است. نسبت زاویه پیچش لوله A به زاویه پیچش

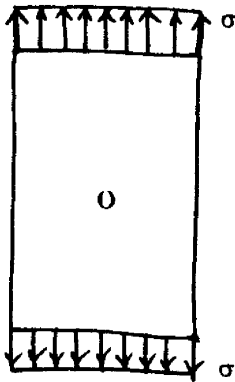
لوله B کدام است؟ (فرض شود: $d_o^2 + d_i^2 \approx 2d_o^2$)



$$\frac{3}{4} \left(\frac{d_o}{h} \right)^2 \quad (2) \qquad \frac{3}{4} \left(\frac{h}{d_o} \right)^2 \quad (1)$$

$$\frac{4}{3} \left(\frac{h}{d_o} \right)^2 \quad (4) \qquad \frac{4}{3} \left(\frac{d_o}{h} \right)^2 \quad (3)$$

۱۶- صفحه نشان داده شده تحت تنش کششی یکنواخت σ قرار دارد. سوراخ دایره‌ای کوچکی به شعاع a در وسط صفحه وجود دارد. می‌توانیم بگوییم که قطر سوراخ کمتر از عرض صفحه است و طبق تئوری دقیق ضریب تمرکز تنش در اطراف سوراخ برابر است.



$$\frac{7}{3}, \frac{1}{3} \quad (1)$$

$$\frac{7}{3}, \frac{1}{5} \quad (2)$$

$$3, \frac{1}{3} \quad (3)$$

$$3, \frac{1}{5} \quad (4)$$

۱۷- در تنش‌نگاری نوری اختلاف بین سرعت‌های نور اختلاف بین تنش‌ها است و ضریب تناسب

(۱) متناسب با - به جنس صفحه بستگی دارد.

(۲) متناسب با - مستقل از جنس صفحه است.

(۳) متناسب با مربع - مستقل از جنس صفحه است.

(۴) متناسب با مربع - به جنس صفحه بستگی دارد.

۱۸- دو گوی به قطرهای d و D توسط نیروی فشاری F به یکدیگر فشرده می‌شوند. با فرض این‌که مدول ارتجاعی هر دو گوی E باشد، شعاع دایره تماس دو گوی کدام است؟

$$\frac{1}{\sqrt{E(d+D)}} \quad (2)$$

$$\frac{1}{\sqrt{E(d+D)}} \quad (1)$$

$$\frac{1}{\sqrt{2E(d+D)}} \quad (4)$$

$$\frac{1}{\sqrt{2E(d+D)}} \quad (3)$$

۱۹- نسبت $\frac{M_{ult}}{M_{Y.P.}}$ برای تیری که دارای سطح مقطع دایره توپر به شعاع R است، چقدر است؟

$$\frac{3\pi}{16} \quad (2)$$

$$\frac{16}{3\pi} \quad (1)$$

$$\frac{1}{5} \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

۲۰- اگر تنش‌های اصلی در بحرانی‌ترین نقطه جسمی σ_1 ، σ_2 ، σ_3 باشند، طبق نظریه انرژی تابیدگی کدام رابطه صحیح است؟ (اندازه تنش‌های تسلیم ماده در کشش و فشار یکسان و مساوی $\sigma_{Y.P.}$ فرض شوند).

$$(1) \quad (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \geq 2\sigma_{Y.P.}^2 \quad (2) \quad (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \leq 2\sigma_{Y.P.}^2$$

$$(3) \quad (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \leq \sigma_{Y.P.}^2 \quad (4) \quad (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \geq \sigma_{Y.P.}^2$$

مکانیک محیط پیوسته

۲۱- تانسور B_{ij} به فرم $\frac{1}{2}\epsilon_{ijk}A_k$ داده شده است. این تانسور است.

(1) متقارن (Symmetric) (2) قطری (Diagonal)

(3) غیرقطری (Non-diagonal) (4) متقارن - اریب (Skew-symmetric)

۲۲- مقادیر اصلی تانسور مرتبه دوم T را که ماتریس آن به صورت زیر نشان داده شده، کدامند؟

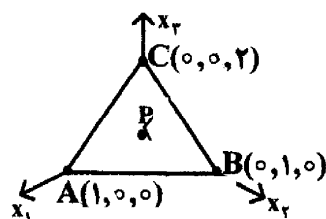
$$[T_{ij}] = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 2\sqrt{2} \\ 0 & 2\sqrt{2} & 0 \end{bmatrix}$$

(1) $(-1, 3, 8)$ (2) $(1, 3, -8)$

(3) $(10, 13, 24)$ (4) $(-10, 3, 24)$

۲۳- مؤلفه‌های تانسور تنش در نقطه P به شکل ماتریسی زیر برحسب مگاپاسکال داده شده است. بردار تنش روی صفحه ABC

در نقطه P برحسب مگاپاسکال کدام است؟



$$[\sigma_{ij}] = \begin{bmatrix} 19 & 5 & -2 \\ 5 & 1 & 1 \\ -2 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

(1) $\frac{26}{3}\hat{e}_1 - \frac{13}{3}\hat{e}_2 + \hat{e}_3$

(2) $\frac{46}{3}\hat{e}_1 + \frac{13}{3}\hat{e}_2 + \hat{e}_3$

(3) $\frac{26}{3}\hat{e}_1 + 2\hat{e}_2 - \frac{1}{3}\hat{e}_3$

(4) $\frac{46}{3}\hat{e}_1 - 2\hat{e}_2 + \frac{1}{3}\hat{e}_3$

۲۴- کدام گزینه می‌تواند معادله مشخصه تنش انحراف باشد؟

(2) $S^3 + 5S^2 - 8S = 0$

(1) $S^3 + 5S^2 - 8 = 0$

(4) $S^3 + 5S - 8 = 0$

(3) $S^3 + 5S - 8 = 0$

۲۵- حاصل $\epsilon_{ijk} \epsilon_{mjk}$ کدام است؟

(۱) 0 (۲) $2\delta_{im}$

(۳) $-2\delta_{im}$ (۴) $2\delta_{im}$

۲۶- حجم V دارای یک سطح محصور S با نرمال یکه \mathbf{n}_j به سمت خارج آن می‌باشد، اگر x_j بردار موقعیت هر نقطه در داخل

حجم یا روی سطح آن باشد، حاصل $\int_S \nabla(x \cdot x) \cdot \mathbf{n} \, ds$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) V

(۳) $2V$ (۴) $6V$

۲۷- با توجه به میدان تنش داده شده، در صورتی که معادلات تعادل در کل میدان برقرار باشند، توزیع نیروی حجمی در میدان

کدام است؟ (میدان تنش نسبت به محورهای $Oxyz$ ارائه شده است.)

$$[\sigma_{ij}] = \begin{bmatrix} x^2 y & x(1-y^2) & 0 \\ x(1-y^2) & \frac{1}{3}(y^3 - 3y) & 0 \\ 0 & 0 & 2z^2 \end{bmatrix}$$

(۱) $-\frac{fz}{\rho} \hat{e}_z$ (۲) $\frac{fz}{\rho} \hat{e}_z$

(۳) $\frac{fxy}{\rho} \hat{e}_x + \frac{1-y^2}{\rho} \hat{e}_y + \frac{fxy}{\rho} \hat{e}_z$ (۴) $\frac{fxy}{\rho} \hat{e}_x + \frac{1-y^2}{\rho} \hat{e}_y - \frac{fxy}{\rho} \hat{e}_z$

۲۸- در یک محیط پیوسته، میدان تنش نسبت به محورهای $Oxyz$ عبارت است از:

$$[\sigma_{ij}] = \begin{bmatrix} x^2 y & x(1-y^2) & 0 \\ x(1-y^2) & \frac{1}{3}(y^3 - 3y) & 0 \\ 0 & 0 & 2z^2 \end{bmatrix}$$

تنش برشی حداکثر در نقطه $P(1, 0, 2)$ چقدر است؟

(۱) 1 (۲) $\frac{9}{2}$

(۳) $\frac{7}{2}$ (۴) 8

۲۹- توصیف اولری معادلات حرکت زیر که با توصیف لاگرانژی داده شده، کدام است؟

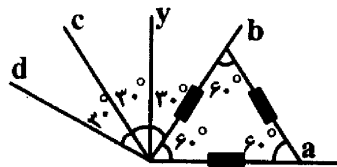
$$\begin{aligned} x_1 &= X_1 \\ x_2 &= X_2 + 2X_1 \sinh(t) \\ x_3 &= X_3 \exp(t) + X_1 [\exp(t) - 1] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X_1 &= x_1 & X_1 &= x_1 \\ X_2 &= x_2 - 2x_1 \sinh(t) & X_2 &= x_2 + 2x_1 \sinh(t) \quad (1) \\ X_3 &= (x_3 - x_1) \exp(-t) + x_1 & X_3 &= (x_1 + x_3) \exp(-t) + x_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X_1 &= x_1 & X_1 &= x_1 \\ X_2 &= x_2 + 2x_1 \sinh(t) & X_2 &= x_2 - 2x_1 \sinh(t) \quad (3) \\ X_3 &= (x_1 + x_3) \exp(-t) - x_1 & X_3 &= (x_1 + x_3) \exp(-t) - x_1 \end{aligned}$$

۳۰- دلتای گل نواری نشان داده شده برای اندازه‌گیری کرنش‌های طولی در جهت‌های a ، b و c به کار رفته و مقادیر

$$\epsilon_a = 0.0005, \epsilon_b = 0.0003, \epsilon_c = -0.0001 \text{ را نشان می‌دهد. کرنش در امتداد محور } d \text{ چقدر است؟}$$



$$0.000167 \quad (1)$$

$$-0.000167 \quad (2)$$

$$0.000033 \quad (3)$$

$$-0.000033 \quad (4)$$

۳۱- اگر F تانسور گرادیان تغییر شکل باشد و بتوان آن را به صورت $F = R.U = V.R$ تجزیه کرد، کدام گزینه صحیح است؟

$$(1) \det(F) = 0 \text{ و مقادیر ویژه تانسورهای } U \text{ و } V \text{ یکسان می‌باشند.}$$

$$(2) \det(F) \neq 0 \text{ و مقادیر ویژه تانسورهای } U \text{ و } V \text{ یکسان می‌باشند.}$$

$$(3) \det(F) \neq 0 \text{ و مقادیر ویژه تانسورهای } U \text{ و } V \text{ غیر یکسان می‌باشند.}$$

$$(4) \det(F) = 0 \text{ و مقادیر ویژه تانسورهای } U \text{ و } V \text{ غیر یکسان می‌باشند.}$$

۳۲- محور اسپین میدان سرعت زیر کدام است؟

$$v_1 = 2x_3 - x_2$$

$$v_2 = x_1 - 5x_3$$

$$v_3 = 5x_2 - 2x_1$$

$$\bar{w} = -5\hat{e}_1 + 2\hat{e}_2 + \hat{e}_3 \quad (2)$$

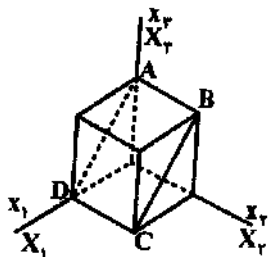
$$\bar{w} = 5\hat{e}_1 - 2\hat{e}_2 + \hat{e}_3 \quad (4)$$

$$\bar{w} = 5\hat{e}_1 + 2\hat{e}_2 - \hat{e}_3 \quad (1)$$

$$\bar{w} = 5\hat{e}_1 + 2\hat{e}_2 + \hat{e}_3 \quad (3)$$

۳۳- یک محیط پیوسته مکعب شکل واحد، تحت تغییر شکل $(x_1 = aX_1, x_2 = bX_2, x_3 = cX_3)$ قرار می‌گیرد. در صورتی که

مساحت مستطیل ABCD در اثر این تغییر شکل بدون تغییر باقی بماند، کدام گزینه صحیح است؟



(۱) $a^2 + b^2 + c^2 = 1$

(۲) $a^2 b^2 + a^2 c^2 = 2$

(۳) $a^2 + b^2 + c^2 = 3$

(۴) $a^2 b^2 + c^2 b^2 = 2$

۳۴- اگر تغییر شکل همگن نشان داده شده ایزوکوریک باشد، پارامتر ثابت k چقدر است؟

$$\begin{cases} x_1 = X_1 + 2X_2 + 2kX_3 \\ x_2 = 2kX_1 + X_2 + k^2X_3 \\ x_3 = X_1 + X_2 + X_3 \end{cases}$$

(۲) $-\frac{1}{11}$

(۱) $\frac{1}{11}$

(۴) $\frac{12}{11}$

(۳) $-\frac{1}{12}$

۳۵- یک محیط پیوسته مادی دارای معادله اساسی به شکل $\sigma_{ij} = \alpha \delta_{ij} D_{kk} + 2\beta D_{ij}$ است. با توجه به این که α و β اعداد

ثابت می‌باشند، D_{ij} برابر کدام است؟

(۲) $\frac{1}{2\beta} \sigma_{ij} - \delta_{ij} \frac{\alpha}{2\beta(\alpha + 2\beta)} \sigma_{kk}$

(۱) $\frac{1}{2\beta} \sigma_{ij} - \delta_{ij} \frac{\alpha}{2\beta} \sigma_{kk}$

(۴) $\frac{1}{2\beta} \sigma_{ij} - \delta_{ij} \frac{\alpha(\alpha + 2\beta)}{2\beta} \sigma_{kk}$

(۳) $\frac{1}{2\beta} \sigma_{ij} - \delta_{ij} \frac{\alpha}{2\beta(2\alpha + 2\beta)} \sigma_{kk}$

۳۶- با توجه به معادله اساسی $A_{ij} = \alpha \delta_{ij} B_{kk} + \beta B_{ij}$ کدام گزینه صحیح است؟ (α و β ثابت فرض شوند).

(۱) بردارهای ویژه تانسورهای A و B یکسان می‌باشند.

(۲) مقادیر ویژه تانسورهای A و B یکسان می‌باشند.

(۳) مقادیر ویژه و بردارهای ویژه تانسورهای A و B یکسان می‌باشند.

(۴) مقادیر ویژه و بردارهای ویژه تانسورهای A و B متفاوت می‌باشند.

۳۷- در صورتی که میدان سرعت ثابت نباشد با استفاده از اصل مماس اندازه حرکت کدام گزینه را می‌توان نتیجه گرفت؟ (σ تانسور

تنش است.)

(۲) $\epsilon_{ijk} \sigma_{jk} \neq 0$

(۱) $\epsilon_{ijk} \sigma_{jk} = 0$

(۴) $\sigma_{ij} \neq \sigma_{ji}$

(۳) $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$

۳۸- فرم اندیسی کار تنش $\int_V \text{tr}(\sigma \cdot D) dV$ کدام است؟

$$\int_V \sigma_{ij} D_{ij} dV \quad (۱)$$

$$\int_V \sigma_{ii} D_{jj} dV \quad (۲)$$

$$\int_V \varepsilon_{mkn} \varepsilon_{ijk} \sigma_{ij} D_{mn} dV \quad (۳)$$

۳۹- اگر یک محیط پیوسته دارای معادله اساسی $\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \alpha D_{ij} + \beta D_{ik} D_{kj}$ باشد، با فرض تراکم پذیری ماده، تریس

ماتریس تنش σ_{ij} کدام است؟

$$-3p - \beta \text{III}_D \quad (۱)$$

$$-3p - 2\beta \text{III}_D \quad (۲)$$

۴۰- کدام گزینه در مورد یک محیط پیوسته با جرم حجمی $\rho = \rho_0 e^{-\gamma at}$ که دارای میدان سرعت زیر می باشد، درست است؟

$$V_1 = ax_1 - bx_2, V_2 = bx_1 - ax_2, V_3 = c\sqrt{x_1^2 + x_2^2}$$

(۱) حرکت ایزوکریک است. (۲) معادله پیوستگی برقرار نیست.

(۳) حرکت ایزوکریک است و معادله پیوستگی برقرار نیست. (۴) معادله پیوستگی برقرار است.

۴۱- پتانسیل مختلط $F(z) = z + \frac{1}{z}$ مفروض است. خطوط جریان به ازای پارامتر ثابت صفر کدام است؟

- (۱) دایره واحد و $\theta = \frac{\pi}{4}$
- (۲) دایره واحد و محور X
- (۳) دایره‌ای به شعاع $r = \pi$ و محور Xها
- (۴) دایره‌ای به شعاع ۲ و محور Xها و محور Yها

۴۲- کدام عبارت صحیح نیست؟

- (۱) $z=1$ تکین مرتبه‌ی ۳ برای $f(z) = \frac{\ln z}{(z-1)^3}$ است.
- (۲) $z=0$ تکین اساسی برای $f(z) = z^2 \cosh \frac{1}{z}$ است.
- (۳) $z=1$ تکین اساسی تابع $f(z) = \frac{e^{z-1}}{e^z - 1}$ است.
- (۴) $z=0$ نقطه‌ی عادی برای $f(z) = \frac{1}{z^2} \int_0^z \frac{e^t - 1}{t} dt$ است.

۴۳- ضرب $\frac{1}{z}$ در بسط لوران تابع $f(z) = (z + \frac{1}{z}) e^z$ برابر است با:

- (۱) $\frac{1}{2}$
- (۲) $\frac{1}{6}$
- (۳) $\frac{3}{2}$
- (۴) $\frac{7}{6}$

۴۴- شعاع همگرایی سری توانی $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n} (z+2)^n$ کدام است؟

- (۱) -2
- (۲) $-\frac{1}{2}$
- (۳) e
- (۴) $\frac{1}{e}$

۴۵- کدام یک از گزینه‌ها، ریشه‌ی معادله‌ی $\text{Im}(\cos z + \sin z) = 0$ است؟

- (۱) $z = \frac{\pi}{2}i$
- (۲) $z = \frac{5\pi}{4} + \pi i$
- (۳) $z = \frac{3\pi}{4} + \pi i$
- (۴) $z = \frac{7\pi}{4} + \frac{\pi}{2}i$

۴۶- کدام عبارت در مورد نگاشت $w = u + iv = z^2$ صحیح است؟

(۱) خط $y=1$ را بر روی سهمی $v^2 = u + 4$ می‌نگارد.

(۲) خط $x = \frac{1}{4}$ را بر روی سهمی $v^2 = (\frac{1}{4} - u)$ می‌نگارد.

(۳) دایره به شعاع $\frac{3}{4}$ را روی ناحیه $1 \leq |w| \leq \frac{9}{4}$ می‌نگارد.

(۴) ناحیه $\frac{\pi}{3} < \theta < \frac{\pi}{2}$ را روی ناحیه $\frac{2\pi}{3} < \theta < \frac{\pi}{2}$ می‌نگارد.

۴۷- حاصل انتگرال روی خط $\int_C \bar{z} dz$ که در آن $C: |z-1|=2$ کدام است؟

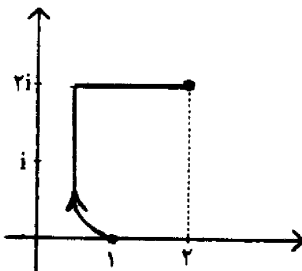
(۱) $8\pi i$

(۲) $4\pi i$

(۳) $4 + 4\pi i$

(۴) $4 + 8\pi i$

۴۸- حاصل انتگرال خط $\int_C z(z-i) dz$ مطابق شکل زیر کدام است؟



(۱) $3 - \frac{16i}{3}$

(۲) $3 - \frac{29i}{3}$

(۳) $\frac{-10 + 25i}{3}$

(۴) $\frac{-4 - 16i}{3}$

۴۹- مقدار انتگرال $\int_{C:|z-1|=1} \frac{e^{2z}}{z^4 - 4z^3 + 6z^2 - 4z + 1} dz$ کدام است؟

(۱) $\frac{4\pi e^2}{3} i$

(۲) $\frac{8\pi e^2}{3} i$

(۳) $\frac{4\pi e^2}{3}$

(۴) $\frac{8\pi e^2}{3}$

۵۰- کدام گزینه نادرست است؟

(۱) اگر $f(z)$ تابع تام و برای هر z ، مطلقاً کراندار باشد، $f(z)$ ثابت است.

(۲) اگر به ازای هر مسیر بسته در ناحیه همبند ساده D ، $\oint_C f(z)dz = 0$ ، f در D تحلیلی است.

(۳) اگر D ناحیه همبند ساده و f بر D تحلیلی باشد، انتگرال نامعین f در D وجود دارد.

(۴) اگر D ناحیه همبند ساده و f بر D تحلیلی باشد، به ازای هر مسیر بسته C واقع در D ، $\oint_C f(z)dz = 0$.

۵۱- تابع تحلیلی f که قسمت حقیقی آن $u = x^2 - y^2 - 2x + 3y$ باشد، کدام است؟ (از ثابت دلخواه، صرف نظر شود).

(۲) $f(z) = z^2 + 2z + 3zi$

(۱) $f(z) = -z^2 - 3zi + \frac{3}{4}zi$

(۴) $f(z) = -z^2 + 2z - 3zi + \bar{z}$

(۳) $f(z) = z^2 - 2z - 3zi$

۵۲- معادله دیفرانسیل جزئی $u_t = \nu u_{xx}$ با تغییر متغیر $\eta = x^m t^n$ به معادله دیفرانسیل معمولی $\frac{d^2 u}{d\eta^2} = -\frac{\eta}{\nu} \frac{du}{d\eta}$ تبدیل شده است. m و n کدام است؟

(۲) $n = -1, m = \frac{1}{2}$

(۱) $n = 1, m = -\frac{1}{2}$

(۴) $n = -\frac{1}{2}, m = 1$

(۳) $n = \frac{1}{2}, m = -1$

۵۳- جواب معادله دیفرانسیل زیر به کمک تبدیل لاپلاس کدام است؟

$u_t + \nu u_x = -\nu u$

$\begin{cases} u(0, t) = 1 \\ u(x, 0) = 0 \end{cases}$

(۲) $u(x, t) = \begin{cases} 0 & t < \frac{x}{\nu} \\ e^{-\frac{\nu x}{\nu}} & t > \frac{x}{\nu} \end{cases}$

(۱) $u(x, t) = (t - \frac{x}{\nu}) e^{-\frac{\nu x}{\nu}}$

(۴) $u(x, t) = e^{-\frac{\nu x}{\nu}} \int_0^t (t-l) e^{-\frac{l}{\nu}} dl$

(۳) $u(x, t) = \begin{cases} 0 & t > \frac{x}{\nu} \\ e^{-\frac{\nu x}{\nu}} & t < \frac{x}{\nu} \end{cases}$

۵۴- فرمول لاپلاسین در دستگاه قطبی کدام است و جواب معادله نویمان در این دستگاه کدام است؟

$$u = a \ln(r) + b, \quad \nabla^2 u = u_{\theta\theta} + \frac{1}{r} u_r + \frac{1}{r^2} u_{rr} \quad (2 \quad u = a \ln(r) + b, \quad \nabla^2 u = u_{rr} + \frac{1}{r} u_r + \frac{1}{r^2} u_{\theta\theta}) \quad (۱)$$

$$u = ae^r + b, \quad \nabla^2 u = u_{rr} + \frac{1}{r} u_r + \frac{1}{r^2} u_{\theta\theta} \quad (f) \quad u = ae^r + b, \quad \nabla^2 u = u_{\theta\theta} + \frac{1}{r} u_r + \frac{1}{r^2} u_{rr} \quad (۳)$$

۵۵- اگر $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$ سری فوریه‌ی تابع $f(x) = e^x$ ، $f(x + 2\pi) = f(x)$ ، $-\pi < x < \pi$ باشد.

کدام $a_p + b_p$ است؟

$$\frac{2 \sinh \pi}{\Delta \pi} \quad (2)$$

$$\frac{\sinh \pi}{\Delta \pi} \quad (۱)$$

$$\frac{-2 \sinh \pi}{\pi} \quad (f)$$

$$\frac{-2 \sinh \pi}{\Delta \pi} \quad (۳)$$

۵۶- نمایش انتگرال فوریه تابع $f(x) = \begin{cases} a, & |x| < 2 \\ 0, & |x| > 2 \end{cases}$ کدام است؟

$$\frac{2a}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\cos wx \sin 2w}{w} dw \quad (۱)$$

$$\frac{2\pi}{a} \int_0^{\infty} \frac{\cos wx \sin 2w}{w} dw \quad (2)$$

$$\frac{2a}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\cos wx \sin 2w}{w} dw + \frac{2a}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\sin wx \sin 2w}{w} dw \quad (۳)$$

$$\frac{2\pi}{a} \int_0^{\infty} \frac{\cos wx \sin 2w}{w} dw + \frac{2\pi}{a} \int_0^{\infty} \frac{\sin wx \sin 2w}{w} dw \quad (f)$$

۵۷- تبدیل کسینوسی فوریه $f(x) = x^{-\frac{1}{2}}$ کدام است؟

$$\sqrt{\frac{2}{w}} \cos \frac{w}{f} \quad (2)$$

$$\sqrt{\frac{2}{w}} \sin \frac{w}{f} \quad (۱)$$

$$\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\sin \frac{w}{f}}{\sqrt{w}} \quad (f)$$

$$\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\cos \frac{w}{f}}{\sqrt{w}} \quad (۳)$$

۵۸- جواب معادله دیفرانسیل جزئی $yu_x - xu_y = 0$ کدام است؟

$u = C_1 e^{C_2 x^2 y^2}$ (۲)

$u = C_1 e^{C_2 xy}$ (۱)

$u = C_1 e^{C_2(x^2+y^2)}$ (۴)

$u = C_1 \ln C_2(x^2 + y^2)$ (۳)

۵۹- جواب عمومی معادله دیفرانسیل $u_{xx} + 2u_{xy} + u_{yy} = 0$ با تغییر متغیر $v = x - y$ و $z = x + y$ کدام است؟

$u(x, y) = f_1(x) + f_2(x - y)$ (۲)

$u(x, y) = x f_1(x) + f_2(x - y)$ (۱)

$u(x, y) = f_1(x) + (x - y) f_2(x - y)$ (۴)

$u(x, y) = x f_1(x - y) + f_2(x - y)$ (۳)

۶۰- دمای $u(x, t)$ یک میله با دو انتهای عایق پوشی شده، به طول L کدام است؟ (معادله گرمای یک بعدی که u فقط به x و t بستگی دارد.)

$u(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \sin \frac{n\pi x}{L} e^{-\frac{cn\pi t}{L}}$ (۲)

$u(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \sin \frac{n\pi x}{L} e^{-\frac{cn\pi t}{L}}$ (۱)

$u(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \cos \frac{n\pi x}{L} e^{-\frac{cn\pi t}{L}}$ (۴)

$u(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \cos \frac{n\pi x}{L} e^{-\frac{cn\pi t}{L}}$ (۳)

۶۱- سری فوریه تابع $f(x) = \cos^3 x$ با سری فوریه کدام یک از توابع زیر برابر است؟

$\frac{3}{4} \sin x - \frac{1}{4} \sin 3x$ (۴)

$\frac{3}{4} \cos x + \frac{1}{4} \cos 3x$ (۲)

$\cos^3 x + \cos 3x$ (۲)

$\sin^3 x$ (۱)

۶۲- کدام یک از توابع، جواب معادله لاپلاس $u_{xx} + u_{yy} = 0$ نیست؟

$u(x, y) = e^x \cos y$ (۲)

$u(x, y) = x^2 - y^2$ (۱)

$u(x, y) = e^{x+y} \sin(x+y)$ (۴)

$u(x, y) = \ln(x^2 + y^2)$ (۳)

۶۳- مجموع قدر مطلق ریشه‌های معادله‌ی $z^4 = 1$ کدام است؟

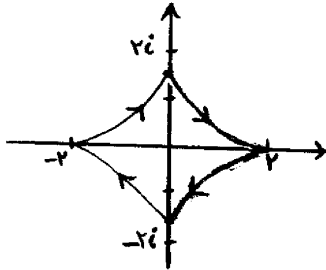
$4\sqrt{2}$ (۴)

$2\sqrt{2}$ (۳)

۴ (۲)

۰ (۱)

۶۴- حاصل $\oint \frac{e^z}{(z-1)^3(z^2+4)} dz$ روی مسیر بسته C مطابق شکل زیر در جهت حرکت عقربه‌های ساعت کدام است؟



(۱) $\frac{1}{5}e$

(۲) $\frac{2}{25}e$

(۳) $\frac{2}{125}e$

(۴) $\frac{17}{625}e$

۶۵- حاصل انتگرال $\oint_{|z|=2} \frac{1}{z-1} \sin \frac{1}{z} dz$ کدام است؟

(۴) $\frac{\pi \sin(1)}{3} i$

(۳) $2\pi \sin(1) i$

(۲) $\sin(1)$

(۱) 0